Е. В. Губкина

Горно-Алтайск, Helenvl@bk.ru

ЧИСЛЕННЫЙ АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИЯ НЕКОТОРЫХ СТРУЙНЫХ ТЕЧЕНИЙ ГИДРОДИНАМИКИ

Работа посвящена рассмотрению простых струйных течений несжимаемой жидкости.

Дадим краткое физическое описание и математическую постановку для задач об обтекании полигональных препятствий с отрывом струй.

Будем рассматривать плоское потенциальное течение несжимаемой жидкости в односвязной области D с границей $\partial D = P \cup L$, состоящей из заданного полигона P (конечного или бесконечного) и струй L, срывающихся с его концов z_1, z_n. Полигон P предполагается простым [1].

Область течения D и ее образ D^* в плоскости комплексного потенциала конформно отобразим на верхнюю полуплоскость $\mathrm{Im}\zeta > 0$ так, чтобы вершины z_1 и z_n перешли соответственно в точки $t = \pm 1$ вещественной оси. Тогда производные отображения верхней полуплоскости D_ζ на плоскость $w = \varphi + i\psi$ и на область течения D_z имеют вид [1], с. 152:

$$\frac{dw}{d\zeta} = K_0\zeta; \quad \frac{dz}{d\zeta} = K\Pi(\zeta)M(\zeta).$$

Проинтегрировав $dz/d\zeta$, получим

$$z = K\int_{-1}^{\zeta} \Pi(\zeta)M(\zeta)d\zeta + z_1, \quad \Pi(\zeta) = \prod_{k=1}^{n}(\zeta - t_k)^{\alpha_k - 1},$$

$M(\zeta)$ зависит от конкретной схемы течения.

Входящие в эту формулу параметры K и t_k $(k = \overline{2, n-1})$ ищутся из условия совпадения полигона, определяемого уравнением $z = z(t)$ при $t \in [-1, 1]$, с заданным полигоном

$$l = g(u), \quad g_k = K \int_{t_k}^{t_{k+1}} |\Pi(t)||M(t)|dt, \quad k = \overline{1, n-1}, \qquad (1)$$

где $l = (l_1, \dots, l_{n-1})$ — заданный вектор длин сторон полигона P, $u = (u_1, \dots, u_{n-1})$ — искомый вектор. Доказана локальная единственность решения уравнения (1).

Построен итерационный численный алгоритм решения задачи и доказана его сходимость.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 09-01-98001-р-сибирь-а) и гранта “Мобильность молодых ученых” (проект 09-08-90706-моб-ст).

ЛИТЕРАТУРА

1. Монахов В. Н. *Краевые задачи со свободными границами для эллиптических систем уравнений.* – Новосибирск: Наука, 1977.

2. Монахов В. Н. *О сходимости численного метода непрерывности решения задач гидродинамики со свободными границами* // СМЖ. – 2003. – Т. 44. – № 5. – С. 1082–1090.